

Raskuskiirenduse anomaalvälja ja geoidi mudelpinna täpsustamine Eestis

Artu Ellmann¹, Tõnis Oja², Tarmo All³, Harli Jürgenson⁴, Tarmo Kall⁴
ja Aive Liibus⁴

¹Tallinna Tehnikaülikool, geodeesia õppetool; ²Maa-amet, geodeesia osakond; ³Eesti Geoloogiakeskus / Eesti Energia AS; ⁴Eesti Maaülikool, geomaatika osakond

1. Sissejuhatus

Paljude loodusnähtuste uuringutes on vajalik teada kõrgusi merepinnast ning kõrgusmäärangu lähtepinna, geoidi, täpset kuju. Geoid on Maa gravitatsioonivälja ekvipotentsiaalpind, mis langeb kokku „häirimata“ maailmamere pinnaga. Kuna geoid loodpinnana on otseselt mõjutatud Maa siseehituse tiheduse variatsioonidest, siis saab geoidi mudelkuju arvutada Maa raskuskiirenduse mõõtmisandmetest. Kahel viimasel aastakümnel on suurenenud nõudlus geoidi täpsustatud mudeli järele. Ennekõike on see seotud üleilmse asukohamäärangusüsteemi GNSS (*Global Navigation Satellite System*, mille vanim ja tuntum komponent on GPS – *Global Positioning System*) kasutajate vajadustega, kes praktilistes rakendustes peavad kokkuleppelise maa pöördellipsoidi suhtes GNSS-ga määratavad kõrgusväärtused transformeerima traditsioonilisteks absoluutkõrgusteks (merepinna suhtes). Tänapäevast GNSS-ga ja nivelleerimisega saavutatavat kõrgusmäärangu täpsust arvestades oleks vajalik ka teisendamise “abipinnana” kasutatava geoidi mudeli mõnesentimeetriline täpsus.

Taasiseseisvumisjärgselt on Eesti ala täienisti katvaid geoidimudeleid arvanud Forsberg jt. (1996), Denker ja Torge (1997), Ellmann (2002), Jürgenson (2003), Ellmann (2005). Eelmine ametlik geoidimudel EST-GEOID2003 (Jürgenson, 2003) võeti Vabariigi Valituse volitusel Keskkonnaministeeriumi poolt geodeetilist süsteemi kehtestava määrusega Eestis kasutusele juba 2004. aastal.

2003. a geoidimudeli pikalaineline komponent põhines globaalse geopotentsiaali mudeli EGM96 (Lemoine jt., 1998) reaksarendusel kuni astmeni 360 (vastab ruumilisele lahutusele 55 km). Olgu mainitud, et mudel EGM96 põhineb merealadel vähe kvaliteetsetel satelliitaltimeetria andmetel, arvutustes puuduvad hilisemate ja hoopis olulisemate gravimeetriliste satelliitide (CHAMP – *CHallenging Minisatellite Payload*, GRACE – *Gravity Recovery and Climate Experiment*, GOCE – *Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*) mõõtmistulemused. Viimase aastakümne kosmoseseire andmed (eriti aga GRACE ja GOCE satelliitidelt) on oluliselt täpsustanud teadmisi Maa gravitatsiooniväljast, kusjuures globaalse geoidi kuju „pikalaineline“ komponent on määratud juba mõne sentimeetri täpsusega. See omakorda võimaldab parendada ka regionaalseid geoidimudeleid.

Aastatel 2008–2011 madalorbiidil tiirelnud Euroopa Kosmoseagentuuri gravimeetrilise üksiksatelliidi GOCE pardale paigutatud raskuskiirenduse gradiomeeter võimaldas varasematega satelliitmõõtmistega võrreldes mitmeid kordi täpsemaid mõõtmisi. GOCE andmetöötluse tulemused võimaldavad geoidi ja raskuskiirendusele mudelitele vastavalt täpsuseid 1 cm ja 1 mGal, kuid tulemuste ruumiline lahutatavus jääb vaid 65 km

piiresse. 2011. aastal publitseeriti esimesed GOCE satelliidi andmetel põhinevad globaalmodelid. Nii oligi käesoleva uurimistöö eesmärgiks 1 cm täpsusega ja kõrge ruumilise lahutatuvusega (1'x2' kaareminutit, ca 1,9x2,0 km) Eesti geoidimudeli arvutamine, milleks töötati välja optimaalne lähenemisviis.

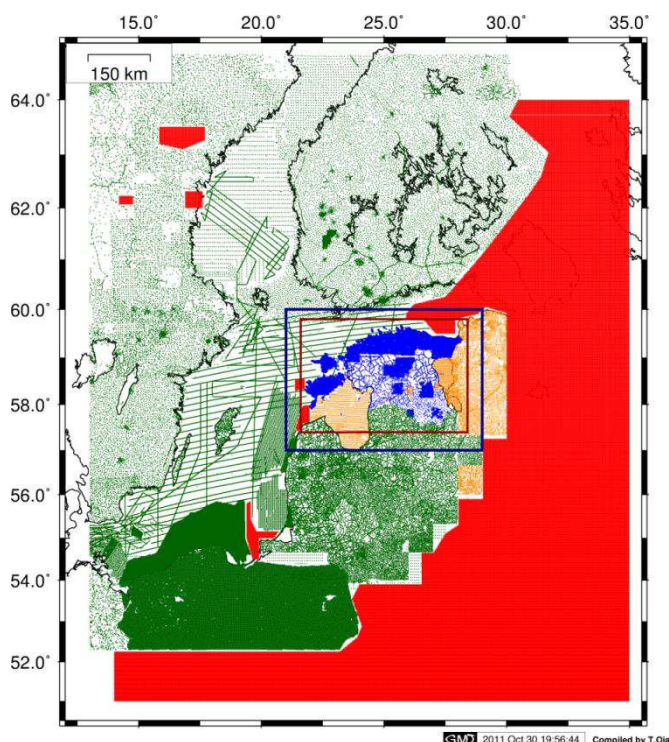
Uue geoidimudeli arvutustega seonduvat tegevust koordineeris Tallinna Tehnikaülikooli (TTÜ) geodeesia õppetool koostöös Eesti Maaülikooli (EMÜ) geomaatika osakonna, Maa-ameti geodeesia osakonna ja Eesti Geoloogiakeskusega (EGK). Seega sama eesmärgi nimel koondati esimest korda ühise mütsi alla peaaegu kõik gravitatsioonivälja modelleerimisega tegelevad Eesti spetsialistid. Tänuväärselt võimaldasid loetletud asutused uurimistööks kasutada olemasolevaid geodeetilisi seadmeid, samuti aidates kanda jooksvaid kulusid ning kaasata oma töötajaid ühistegevusse. Tööde tegemisele aitas oluliselt kaasa ka Eesti Teadusfondi 2008–2011 teadusgrant ETF7356 *Kosmosetehnoloogia rakendused geoidi ja gravitatsioonivälja täpsustamiseks Eesti alal*. Uurimistöö tulemusi on esmaselt kirjeldatud Ellmann jt. (2011) ja Oja jt. (2011) artiklites, nüüd avatakse tausta pisut avaramalt.

Käesoleva artikli ülesehitus on järgmine. Esmalt käsitletakse raskuskiirenduse anomaalvälja modelleerimist ja peamisi tulemusi. Seejärel tutvustatakse geoidiarvutuse põhimõtteid, millele järgneb ülevaade geoidimudeli valideerimisest, saavutatud täpsusest ning kasutusvõimalustest.

2. Geoidiarvutuse lähteandmed ja raskuskiirenduse anomaalvälja modelleerimine

Geoidi modelleerimisel kombineeritakse globaalse geoidi pikalainelist trendi piirkondlike terestriiliste mõõtmistulemustega (lühilaineline komponent), seega mõlemad andmetüübid on ühtlasi sisendandmeteks modifitseeritud Stokes'i (integraal)-valemis. Paraku on meie varasematest uurimustest (Ellmann jt. 2009a ja 2009b) ilmnenu lubamatud vead Läänemeremaade andmetes. Seetõttu viidi eelnevalt läbi geoidiarvutuseks vajalike lähteandmete (gravimeetriliste mõõdistuste andmed, GPS-nivelleerimise punktid, digitaalsed topograafilised mudelid, globaalsed geopotentsiaalvälja mudelid) kogumine, süstematiseerimine, kvaliteedi kontroll ja vigade elimineerimine. Gravimeetriliste andmete ettevalmistamine ongi üks töömahukamaid ning vastutusrikkamaid etappe geoidiarvutuses. On ilmne, et lähteandmete ebapiisav kvaliteet võib "murendada" parimadki teoreetilised parendused arvutusmetoodikas. Täiendavalt oli vajalik teha gravimeetrilisi ja geodeetilisi mõõtmisi puuduliku andmestikuga piirkondades Eestis.

Eesti geoidi mudeli arvutamiseks kaasati graviandmed Eestist ja väljastpoolt ca 550 km raadiuses, ühtekokku ligi 150 000 punkti. Seega tänu koostööle Balti- ja Põhjamaadega kaasati lisaks Eesti ning Läänemere andmetele gravimõõtmiste väärtused ka Lätist, Leedust, Soomest, Rootsist Norrast, Taanist, Saksamaalt, Poolast. Väljaspool Eestit jäävate alade katmisel oli suureks abiks Põhjamaade Geodeesia Komisjoni (NKG) gravimeetriliste punktide andmebaas 2001.a seisuga. Tänu vahepealsetel aastatel Eestis tehtud ulatuslikele gravimeetrilistele mõõtmistele ja EGK andmete ajakohastamisele õnnestus oluline osa 1949–1958.a mõõtmisandmetest asendada täpsemate andmetega, vt ka Ellmann jt. (2009a), Oja jt. (2011), Türk jt. (2011), Märdla jt. (2015). Venemaa ning Valgevene aladelt oli uurimistööks võimalike andmete hulk kahjuks peaaegu olematu. Seega tühikutega alade andmekatvuse tagamiseks kasutati globaalset EGM08 (Pavlis jt., 2009) geopotentsiaali mudelit, mille põhjal genereeriti 186 tuhat punkti, samas kui reaalseid mõõdistuspunkte oli kasutada 268 tuhat (joonis 1).



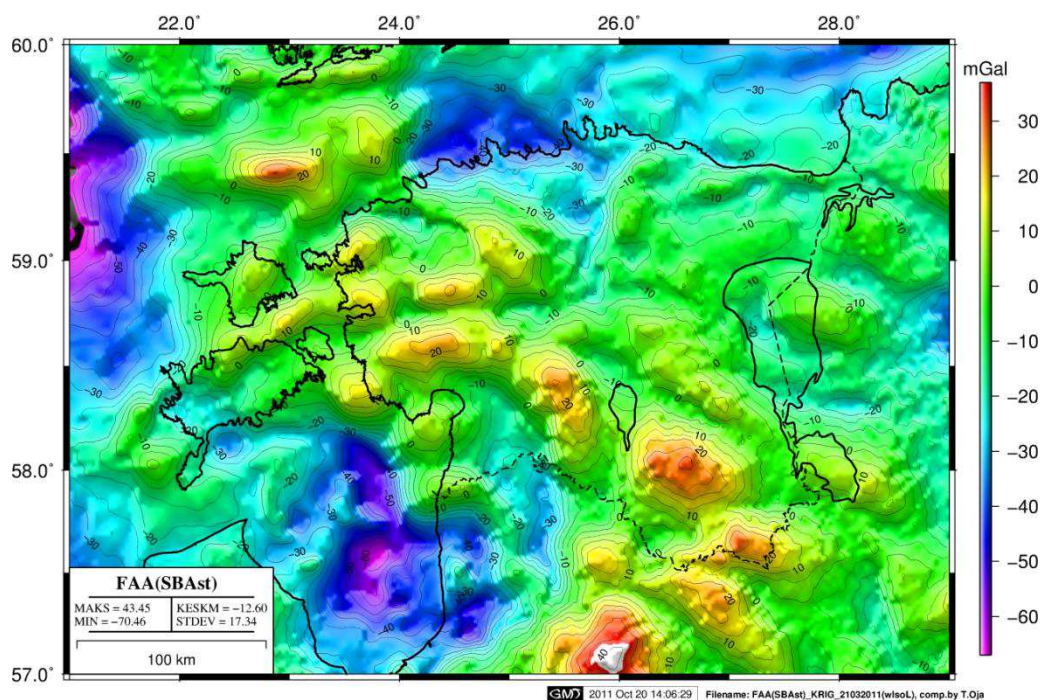
Joonis 1. Geoidiarvutusteks koostatud gravimeetiline andmebaas ligi 0,5 mln punktiga. Sinised punktid – Eesti gravimeetiline andmestik, oranž – NSV Liidu geoloogiaettevõtete poolt mõõdistatud andmestik, rohekad – Põhjamaade Geodeesia Komisjoni andmebaas (seisuga 2001) ning Läti ja Leedu uuemad gravimeetrilised andmed. Punane – globaalse geopotentsiaali mudeli EGM2008 põhjal arvutatud punktid (sammuga 1'x2'). Ristkülikutega on tähistatud joonistel 2 ja 3 kujutatud uurimisalad.

Figure 1. Distribution of gravity data (appr. 0.5 million points) used for geoid modeling. Two rectangles enclose the areas depicted in Figs. 2 and 3.

Kogutud punktandmetele tuginedes arvutati Läänemere regiooni kattev raskuskiirenduse anomaalvälja (Δg) mudelpind regulaarse võrgustikuna (rasterpinnana), mille võrgu punktide (pikslite) sammuks valiti samuti 1'x2'. Mudelpind arvutati andmealale vahemikus 51°...65° p.l. ja 14°...35° i.p. Tulemust Eestis ja lähipiirkonnas kujutab joonis 2.

Võrgustamisel oli abiks SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*) satelliit-andmestikule ja Maa-ameti aeromõõdistuslike LiDAR (*Light Detection And Ranging*) andmetele põhinev hübriidmaastikumudel.

Anomaalvälja modelleerimiseks ehk siis võrgustamiseks rakendati erinevaid, nii mittestohhastilisi kui stohhastilisi ruumilise interpolatsiooni meetodeid, mis põhinesid splineidel, Delaunay triangulatsioonil, vähimruutude kollokatsioonil ja krigingul. Lisaks võeti arvesse sisendandmete täpsushinnangud, suurendamaks arvutustes täpsema (ja enamasti ka uuema) andmestiku kaalu.



Joonis 2. Raskuskiirenduse vabaõhuanomaaliate $1' \times 2'$ võrgustik Eestis ja lähinaabruses. Ühikuku on mGal, kontuuridevahemik on 5 mGal. Selgelt väljendub maakoore geoloogilise ehituse struktuur (võrdluseks vt. All jt., 2004).

Figure 2. The $1' \times 2'$ gridded free air gravity anomalies in Estonia and its nearest vicinity. The unit is mGal, contour interval is 5 mGal.

Raskuskiirenduse anomaalvälja võrgustike arvutamisel valiti sisendiks ka erinevalt defineeritud anomaaliad. Tavapäraselt võrgustatakse vabaõhu anomaaliate (FAA) väärtusi, kuna FAA mudelpind ongi ju vajalik sisend geoidi modelleerimisel. Uurimaks ja vähendamaks FAA väärtuste ja topograafia omavahelise korreleeruvuse mõju, võrgustati veel ka Bouguer' anomaaliad (nn lihtne BA ehk SBA) ja topograafiliste masside mõjuga arvestava, reljeefiparandiga Bouguer' anomaaliad (CBA). SBA arvutusvalem on

$$\Delta g_B(\Omega) = g(r_i, \Omega) - 2\pi G \rho H - \frac{dg}{dH} H - \gamma_0 \approx g(r_i, \Omega) - 0,0419 \rho H + 0,3086 H - \gamma_0 \quad (1),$$

kus $g(r_i, \Omega)$ on maapinnal (geotsentrilise raadiusega r_i ja asukohas Ω) mõõdetud raskuskiirenduse väärtus, γ_0 on normaalraskuskiirenduse väärtus maaellipsoidi pinnal, G on gravitatsioonikonstant, dg/dH on raskuskiirenduse vertikaalsuunaline gradient, H on mõõdepunkti kõrgus merepinnast ja ρ on topograafiliste masside tihedus. SBA ja CBA pinnamudelitest saab lihtsa teisenduse abiga tekitada FAA pinnad, kaasates eespool nimetatud hübriidmaastikumudelit.

Peale arvukaid katsetusi, võrdlusi ja statistilist analüüsi hinnati täpseimaks raskuskiirenduse anomaalvälja mudelpinnaks võrgustik, mille sisendiks olid SBA väärtused. Arvutusmeetodiks valiti kriging koos anisotroopse variogrammi mudeliga. Empiirilise variogrammi lähendamiseks rakendati astmefunktsiooni

$$f(\psi) = C |\psi|^n \quad (2),$$

kus ψ on mõõtmispunktide vaheline geotsentriline nurkkaugus (kraadides, inglise k *lag distance*), n on aste (*power*) ning lävi (*sill*) parameetri väärtus fikseeriti $C = 100$. Punktandmete dispersiooni väärtuseks võeti $0,7 \text{ mGal}^2$. Näiteks SBA välja modelleerimisel valiti $\psi_{max} = 0,58^\circ$ (suurim kaugus variogrammi arvutuses) ja astme väärtuseks hinnati $n = 1,38$. Variogrammi anisotroopia suunaks ja suhtarvuks (*anisotropy angle, ratio*) hinnati vastavalt $0,0^\circ$ ning $1,83$. Arvutused viidi läbi Golden Software tarkvara-paketiga Surfer vers. 8.

Raskuskiirenduse SBA ja CBA anomaalväljade mudelpinna määramatuse hindamiseks arvutati jääkhälvete (tulemusmudel võrrelduna algse mõõtmistulemusega) standardhälve $STD_{res} = \pm 0,35 \text{ mGal}$ ning risthinnangu (ühe väärtuse väljajätmisega) standardhälve $STD_{cv} = \pm 0,58 \text{ mGal}$. FAA pinnamudeli korral olid vastavad statistilised näitajad $STD_{res} = \pm 0,55 \text{ mGal}$ ja $STD_{cv} = \pm 0,84 \text{ mGal}$, mis selgelt ületavad BA mudeli vastavaid näitajaid ning kirjeldavad FAA väärtuste suuremat varieeruvust topograafiliste masside mõjul ja seega suuremat signaal-müra suhet (SNR – *signal-to-noise ratio*).

Risthinnangu arvutuses eemaldati mudelpinna arvutusest järgemööda üks sisendpunktiväärtus, millele interpoleeriti uuesti arvutatud mudelist prognoosiväärtus. Eespool esitatud hinnang ongi mõõdetud ja prognoositud väärtuste erinevuste standardhälve, kusjuures arvutusse kaasati kõik mõõtmispunktid.

3. Geoidiarvutuse põhimõtted ja tulemused

Gabriel Stokes'i poolt 1849. aastal publitseeritud valem on kaasajalgi füüsikalise geodeesia olulisim valem. Gravimeetrilise geoidi undulatsioon N (referentsellipsoidi suhtes) arvutatakse globaalse kattuvusega gravimeetrilise mõõdistuste andmete integreerimisel (üle ühiksfääri pinna σ) järgmiselt:

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} S(\psi) \Delta g d\sigma \quad (3),$$

kus R on Maa keskmine raadius (ca' 6371 km), γ on normaalraskuskiirendus, ψ on siin arvutus- ning integreeritava punkti vaheline geotsentriline nurkkaugus ja $S(\psi)$ on Stokes'i integraali tuum ning $d\sigma$ on pindalaelement.

Nagu valemist (3) selgub, tuleb geoidi kõrguse arvutamiseks Stokes'i valemiga teada raskuskiirenduse anomaaliade väärtusi üle kogu maakera. Praktikas on gravimeetrilised andmed arvutuspiirkonna ümber kättesaadavad vaid mõnesaja kilomeetri raadiuses (tähistame seda piirkonda σ_0) (vt joonis 1). Integreerimisala sellisest piiratusest tuleneb viga geoidi arvutustulemusesse. Stokes'i valemi modifitseerimine (originaalidee Molodenskii jt., 1962) võimaldab integreerimisala piiratusest tulenevat viga kompenseerida. Modifitseeritud Stokes'i valemis lisatakse arvutuspiirkonnast kaugemate alade gravitatsioonivälja mõju (e geoidi pikalaineline trend) globaalse geopotentsiaalvälja spektraalmudelist (GGM), samas kui detailne (nn kõrgsageduslik) geoidikomponent saadakse lokaalsete terrestriilsete mõõtmisandmete integreerimisest.

Modifitseeritud Stokes'i valemiga üle piiratud integreerimisala σ_0 arvutatakse geoidi undulatsioon N arvutuspunktis modifitseerimiskoeffitsientide $s_0, s_1 \dots s_M$, (terrest-

riliste) raskuskiirenduse anomaaliate $\Delta\hat{g}$ ning GGM-ist arvatud raskuskiirenduse anomaaliate liikmete $\Delta\hat{g}_n$ väärtuste asetamisega üldvalemisse

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma_0} S_M(\psi) \Delta\hat{g} d\sigma + \frac{R}{2\gamma} \sum_{n=2}^M s_n \Delta\hat{g}_n, \quad (4)$$

kus

$$S_M(\psi) = S(\psi) - \sum_{k=0}^M \frac{2k+1}{2} s_k P_k(\cos\psi) \quad (5)$$

ja M on kõrgeim modifitseerimisaste ning $P_k(\cos\psi)$ on Legendre polünoom.

Tänaseks on välja pakutud mitmeid erinevaid Stokes'i integraalvalemite modifikatsioone, vt näiteks Wong ja Gore (1969), Meissl (1971), Sjöberg (1984), Vaníček ja Kleusberg (1987) ja mitmed teised. Sjöbergi (1984) ettepanekutel võib Stokes'i valemit modifitseerida selliselt, et lisaks integreerimisala piiratud arvestamisele on ka terestriliste graviandmete ning GGM koefitsientide vigadest tulenev mõju vähimruutude meetodil minimiseeritud. Uurimistöö tulemusena andiski vähimruutude meetodil modifitseeritud Stokes'i valem Eesti geoidi mudeli arvutustes statistiliselt täpseima tulemuse.

Märkimist väärib, et gravimeetrilise geoidimudeli GRAV-GEOID2011 arvutamiseks kasutati gradiomeetrilise satelliidi GOCE uusimate andmete põhjal 2011.a alguses koostatud globaalset geopotsiaali mudelit GO_CONS_GCF_2_TIM_R2 (Pail jt. 2011), kusjuures selle maksimaalne aste on 250.

Eesti geoidi modelleerimise vähimruutude meetodi modifitseerimiskoeffitsientide arvutamisel eelistatud ja statistiliselt parima tulemuse andnud kriteeriumid olid järgnevad:

- modifitseerimisaste $M=160$, mis vastab ruumilisele lahutusele 125 km;
- terestriliste graviandmete (empiirilise) dispersioon 9 mGal^2 (korrelatsiooni vahemaad väärtuseks eeldatud $0,1^\circ$);
- integreerimisala raadius 2° (ca 220 km).
- arvutussamm $1' \times 2'$ (1,9 x 2,0 km).

Regionaalse geoidimudeli arvutamisel modifitseeritud Stokes'i valemiga kombineeriti globaalse geoidi mudeli pikalaineline komponent piirkondlike terestriliste mõõtmistulemustega (lühilaineline komponent). Saadud tulemust võrreldi alternatiivse, tasapinnalise kiirel Fourier' teisendusel (FFT, inglise k *FastFourierTransform*) põhinevate geoidi arvutusmeetodiga. Tasapinnalises FFT-l põhinev geoidi modelleerimine osutus meetodina lihtsaks (polnud vaja määrata täiendavaid arvutusparameetreid) ning kiireks, pidades silmas arvutustele kuluvat aega. FFT-l põhineva meetodi puuduseks on aga tasapinnalisus, mistõttu suuremal alal modelleerides tekib maakera kumeruse tõttu oht geoidi pinnamudeli moonutusteks.

Mõned parameetrid (võrgustiku samm, GOCE põhise GO_CONS_GCF_2_TIM_R2 aste 240) tuli FFT-l põhineva meetodi rakendamiseks siiski fikseerida – selleks võrdsustati need eeltoodud parameetrite väärtustega. Võrdlus vähimruutude ja tasapinnalise FFT meetoditel arvatud geoidi mudelitega (sisendandmed täpselt samad) näitas 1...2 cm erinevusi Eesti mandriosas, mis osutas küllalt heale eri meetodite vahelisele kooskõlale. Kuna hilisem võrdlus GNSS-nivelleerimise andmetega näitas paremat kooskõla vähim-

ruutude meetodiga arvatud geoidiga, siis edaspidi FFT arvutusmeetodiga saadud geoidi mudelit ei käsitleta.

Eelmise geoidimudeli Jürgenson (2003) puhul oli arvutusmeetodiks nn „eemalda- arvuta-taasta“ põhimõte ning sfäärilisel FFT-l põhinev integreerimine. Neist esimene võimaldab näiteks anda geoidiarvutuses kohalikule anomaaliaväljale suurema kaalu, teise eeliseks on aga oluliselt väiksem ajakulu arvutustes võrreldes eeltoodud vähimruutudel põhineva meetodiga. GRAV-GEOID2011 ja Jürgenson (2003) omavahelisi erinevusi on üksikasjalikult lahatud artiklis Oja jt. (2011). Kokkuvõtvalt võib öelda, et maismaal jäid erinevused reeglina alla 3 cm, kuid Viljandi ja Pärnu vahelisel alal küündisid 9 cm-ni. Tõenäoliselt on need tingitud erinevatest terrestrialse gravimeetria andmetest. Nagu eelnevalt mainitud, on alates 2008. aastast kogutud ja mõõdetud hulgaliselt uusi gravimeetrisi andmeid Kagu-, Lõuna- ja Edela-Eestis. See on võimaldanud nendes piirkondades asendada 1949.–1956. aasta TA Geoloogia Instituudi ebatäpsed mõõdistuspunktid kaasaegsete gravimeetrisi andmetega, mis on gravimeetrisi geoidi lahendust selgelt parandanud.

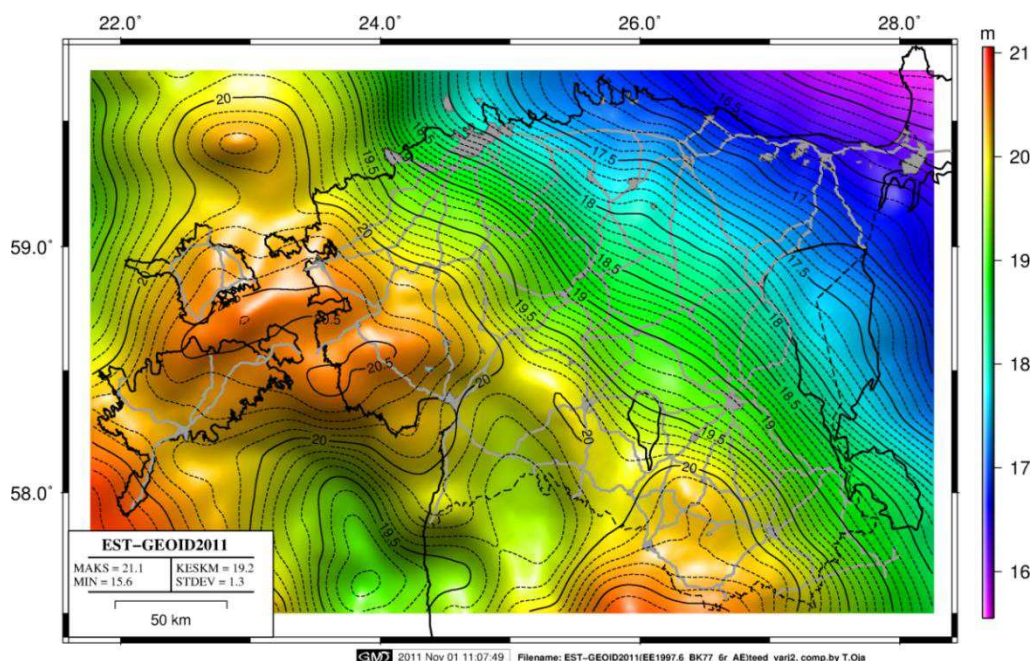
4. Geoidimudeli transformeerimine ja valideerimine GNSS-nivelleerimispunktidega

Gravimeetrisi regionaalgeoidi mudelit ei saa praktilistes töodes ehedal kujul kasutada, kuna see ei ühildu kohaliku kõrgussüsteemiga. Viimane on ajalooliselt seotud mõne mereäärse veemõõtejaama keskmise tasemega (meil on selleks seni Kroonlinna mõõtepunkt), mis ei pruugi kokku langeda globaalgeoidi (maailmamere) niivõrd ning isegi mitte tänapäevase keskmise veetasemega Läänemeres. Gravimeetrisi geoidi ja kohaliku kõrgussüsteemi erinevused tehakse kindlaks GNSS-nivelleerimise (kõrgused referentsellipsoidi pinna suhtes ja ka kohalikus vertikaaldaatumis) punktide abil. Nii toimubki regionaalgeoidi arvutus reeglina kahes etapis. Esmalt arvutatakse gravimeetrisi regionaalgeoidi pind, mis seejärel ühildatakse GNSS-nivelleerimise punktide geodeetiliste (ellipsoidi suhtes) ja normaalkõrgustega (vertikaaldaatumi suhtes).

Uue gravimeetrisi geoidimudeli GRAV-GEOID2011 praktiliseks kasutamiseks ühildati see kõrgtäpsuse GNSS-nivelleerimise punktidega (täpsemalt riikliku geodeetilise võrgu punktide EUREF-EST97 ellipsoidaalsete ja Balti 1977 kõrgussüsteemi (BK77) normaalkõrguste väärtuste vahedega), mille tulemusena gravimeetrisi geoid transformeeriti nn geomeetrisi geoidi mudelpinnaks EST-GEOID2011 (joonis 3). Joonisel nähtub, et EST-GEOID2011 geoidi mudelpinna undulatsiooni väärtused kahanevad Eesti alal edela-kirdesuunaliselt enam-vähem ühtlaselt, 21 meetrist kuni 16,5 meetrini.

Nagu öeldud, on EST-GEOID2011 tuletamiseks gravimeetrisi geoidimudelit GRAV-GEOID2011 korrigeeritud riikliku geodeetilise (GNSS) võrgu I ja II klassi punktide EUREF-EST97 ellipsoidaalsete ja kõrgussüsteemi BK77 normaalkõrguste väärtuste põhjal. Selleks viidi läbi nivelleerimisvõrgu mõõtmistulemuste andmetöötlus ja esialgne tasandamine. Tegemist ei olnud lõpliku ega ametliku tasandusega, kuna peaeesmärgiks oli saada geoidimudeli korrigeerimispunktile esialgsed kõrgused. Lähteandmetena oli kasutada aastatel 2001–2010 riikliku kõrgusvõrgu kõrgtäpsuse nivelleerimiste keskmised kõrguskasvud (~2250 kõrguskasvu) ja Saaremaa ning Hiiumaa nivelleerimispolügoonide mandriga sidumiseks arvatud kolm nn veeületuse esialgset kõrguskasvu Virtsu-Kuivastu, Sõru-Triigi ning Heltermaa-Rohuküla veemõõtejaamade vahel (Liibus jt. 2013). Nivelleeritud keskmistesse kõrguskasvudesse ei olnud veel sisse viidud kõrgusvõrgu ran-

geks andmetöötluks ja tasandamiseks vajalikke parandeid (lati-, refraktsiooniparandid, üleminek geopotentsiaali põhistele kõrguskasvudele jne). Juba ainuüksi seetõttu ei ole meie tasandamisest saadud kõrgused lõplikud ja võivad erineda ametlikest kõrgusandmetest, mida esitletakse peale uue riikliku kõrgusvõrgu tasandust. Kasutatud esialgsed kõrgused peaksid olema siiski märgatavalt täpsemad ja süstemaatilistest vigadest vähem mõjutatud kui ametlikud BK77 kõrgused.



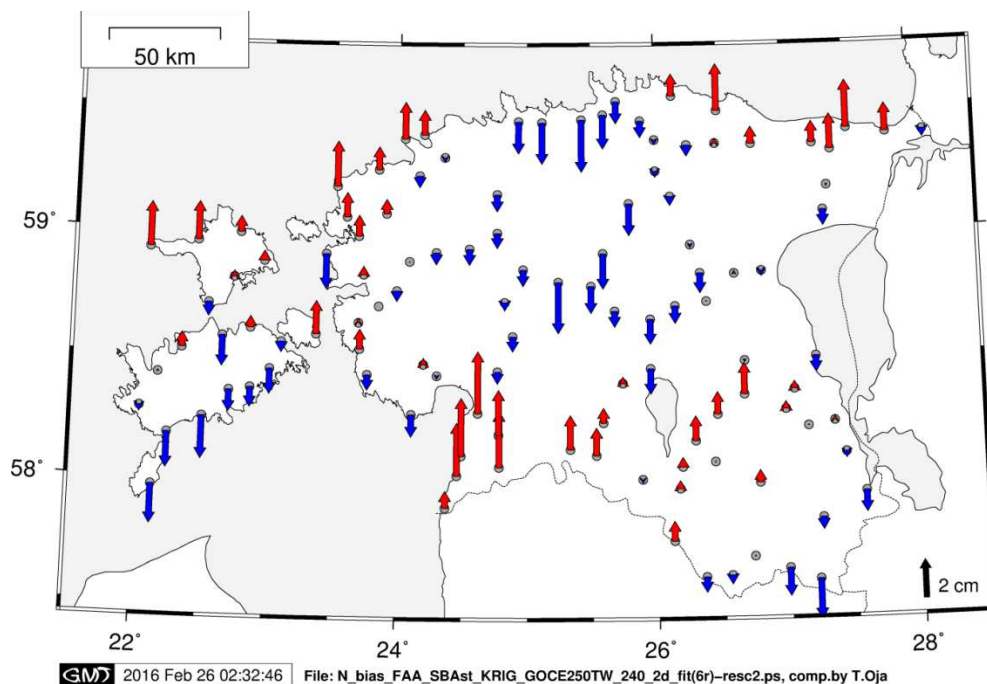
Joonis 3. Mudelpind EST-GEOID2011 (koos suuremate asulate ja peamiste maanteedega), mis on rakendatav EUREF-EST97 ellipsoidaalsete kõrguste ümberarvutamiseks BK77 kõrgusteks ja vastupidi. Isojoonte vahe on 0,1 m.

Figure 3. Model EST-GEOID2011, contour interval is 0.1 m.

Kuna praktilistest kaalutlustest lähtuvalt tuli sobitada gravimeetiline geoidimudel GRAV-GEOID2011 Balti 1977.a kõrgussüsteemiga, tuli uued nivelleerimisandmed tasandada nii, et sobituspunktide (ühtekokku 114 riikliku geodeetilise võrgu I ja II klassi punkti, vt joonis 4) kõrgus ühtiks BK77 süsteemi kõrgusega. Samas on teada, et uued nivelleerimisandmed ei sobitu enam kuigi hästi vanade reeperite kõrgustega ja seda nii mitmelgi põhjusel, üheks peamiseks neist jääajajärgne maakerge Eestis. Võrgu tasandamiseks fikseeriti 24 üle Eesti paikneva fundamentaalreeperi kõrgus BK77 süsteemis, mille normaalkõrgus on leitav NSVL 1976.–1977.a nn O-katoloogides ning tasandati uued nivelleerimisandmed nende vahele. Kuigi tegemist on üsnagi robustse lähenemisega, võimaldas see siiski ühildada gravimeetrilist geoidimudelit Eestis kehtiva kõrgussüsteemiga, rakendades samas uusi täpsemaid nivelleerimisandmeid. EST-GEOID2011 puhul hinnati GNSS-nivelleerimispunktide asukohtades ühildamise jääkhälvete (vt. joonis 4) standardhälbeks $\pm 1,3$ cm.

Samas on jääkviigade suurused piirkonniti (Riia lahe ümbrus, põhjarannik jne) üsna erinevad (ulatudes 2...3 cm-ni), mis viitab mõningatele süstemaatilistele vigadele kas gravimeetrilise geoidi sisendandmetes või GNSS/nivelleerimise punktide kõrgusväärtuses, ehk ka arvutusmeetodite vigadele. Uus täpne kõrgusvõrgu lahendus lähitulevikus võimaldaks vigade põhjuseid ning ruumilist jaotust põhjalikumalt uurida.

Seda, et uued nivelleerimistulemused ei taha vanade kõrguste vahele hästi sobida, näitasid ka tasandamisjärgsed statistilised näitajad: dispersioonikordaja $S_0 = \pm 2,98$ (aprioorne väärtus 1, mida enam 1-st erineb, seda suuremad on olnud parandid kõrguskasvudele), maksimaalne ja minimaalne parand kõrguskasvule olid vastavalt +1,7 ja -1,5 mm. Enamik parandeid (ca 2000-le kõrguskasvule) jäid siiski $-0,5...+0,5$ mm vahemikku. Uute tasandatud kõrguste keskmine standardhälve on $\pm 9,9$ mm.



Joonis 4. Gravimeetrilise geoidimudeli GRAV-GEOID2011 sobitamise jääkvead GNSS-nivelleerimise punktide asukohtades peale 6-parameetrilise polünoompinnaga lähendamist. Ühik on sentimeeter.

Figure 4. GRAV-GEOID2011 post-fitting residuals at the locations of GNSS-levelling points. The unit is cm.

Ka peaks uurima veel GNSS-nivelleerimise punktide optimaalset tihedust ja ruumilist jaotust Eestis. Neid punkte võiks olla senisest rohkem, et tagada ühtlasem jaotus kogu riigi ulatuses. Hetkel jäävad need punktid peamiselt kõrgusvõrgu käikude vahetusse lähedusse, mis aga ei taga ühtlast jaotust, sest näiteks suured alad nivelleerimiskäikude polügoonide sees on korrigeerimispunktidega katmata. Sellest, milliseks kujuneb geoidi mudelpinna täpsus piirkondades, kus GNSS-nivelleerimise punktidele lisaks on puudu ka gravimeetristest mõõdistuspunktidest, on näitlikustanud Oja (2011). Sealt võib leida

vastuse ka küsimusele, kas GNSS-nivelleerimise punktide oluliselt suurem tihedus Eestis võimaldaks geoidi pinna täpsuse märgatavat suurendamist, jättes tähelepanuta ebatäpse ja hõreda gravimeetrilise andmestiku. Kokkuvõttena võib öelda, et korrigeerimisandmestiku oluline tihendamine ei osutu ei optimaalsemaks ega ka efektiivsemaks lähenemiseks geoidi mudelpinna täpsuse parandamisel. Hetkel on parimaks lahenduseks jätkata gravimeetriliste mõõdistamistega hõreda ja ebatäpse gravimandmestikuga aladel. Eestis on sellisteks aladeks suuremad rabad ja rannast 5–10 km kaugusele merele ulatuvad piirkonnad, samuti mõned piirialad Läti ja Venemaaga.

5. Tulemuste kasutamine

Uurimistöö tulemusena saadud geoidimudel EST-GEOID2003 kehtestati Keskkonnaministeeriumi 26.10.2011 määrusega nr 64 Eesti Vabariigi geodeetilise süsteemi koostisosana. Uus geoidimudel on osutunud vajalikuks Maa-ametile, Veeteede Ametile, Eesti Geoloogiakeskusele ja teistele Keskkonnaministeeriumi ning Majandus- ja kommunikatsiooniministeeriumi haldusalas tegutsevatele asutustele. Võimalusi mudeli kasutamiseks näeme ka Eesti Kaitsejõududes ning sisejulgeolekuasutustes. Võimaldab ju uus geoidimudel GNSS-tehnoloogiaga saadud kõrguste täpset ümberarvutamist Eesti kõrgussüsteemi ametlikeks kõrgusteks, teisisõnu, üleminekut geodeetiliselt kõrguselt absoluutkõrgusele. Mainigem, et ka peatsel üleminekul nn Amsterdami veemõõdejaama nullile saab kasutada sedasama GRAV-GEOID-2011 mudelit, kuid siis juba timmituna Amsterdami kõrgussüsteemi kõrgusi omavate GNSS nivelleerimise punktidega. Uus geoidimudel võimaldab täpset GNSS kõrgusmäärangut riiklikus kõrgussüsteemis, mis seega on kiireks ning suhteliselt odavaks alternatiiviks nivelleerimisele. Esmajoones on tulemused kasutatavad geodeetiliste inseneriülesannete lahendamisel kogu riiki hõlmavate objektide (näiteks raud- ja maanteed, side- ja jõukaablid jne) rajamisel ning haldamisel. Usaldusväärse geoidimudeli olemasolu on eelduseks taoliste tööde kulutuste vähendamiseks, lisaks omab see olulist rolli rajatiste ekspluateerimisel ning ohutuse tagamisel. Samuti on geoidi täppismudeli olemasolu eelduseks klassikaliste (seni küllaltki kallite!) geodeetiliste võrkude rajamise põhimõtete revideerimiseks ja seda just lihtsustamise suunas.

Hinnanguliselt annavad raskuskiirenduse anomaalvälja ja geoidi mudelpindade jätkuva uurimistöö tulemused ainest mitmesugusteks interdistsiplinaarseteks analüüsideks ning tõlgendusteks. Esmajoones pakuvad geoidi ja gravitatsioonivälja (ja ennekõike selle ajalisi muutumisi) kirjeldavad mudelid teistele geoteadustele huvi näiteks kliimauuringutes, mitmesuguste loodusnähtuste, Maa siseehituse ja jätkuvalt Maad vormivate füüsikaliste protsesside (isostaasia, jääajajärgne maatõus jne) põhjuste uurimisel ja seletamisel. Veealade detailsem geoidimudel kombineerituna merepinna topograafiat ning atmosfääriprotsesse (nt tormituuled) kirjeldavate mudelitega peaks võimaldama suurema täpsusega prognoosida rannikualasid tabavaid üleujutusi, nende ulatust ning võimalikku kahju.

Uurimistöö võimaldas ühiselt tegutsedes rakendada mitmeid innovatiivseid mudeleid ning meetodikaid, lahendada hulgaliselt probleeme ning esitada tulemina täpsema ja usaldusväärsema (võrreldes senistega) raskuskiirendusvälja ja geoidi mudeli Eesti alale. Samas saavutatule puhkama jääda pole võimalust ega tahtmiski, sest neis valdkondades jätkub tegevust ju veel küllaga. Teadmised Maa raskusjõuvälja ning geoidi osas täienevad pidevalt, seda tänu nii globaalsete mudelite parendamisele rahvusvahelises ühistegevuses

kui ka meie enda ettevõtmistele Eestis. Näiteks on vaja parendada gravimeetrilist geoidimudelit, mille täpsus nii mõneski Eestimaa kohas võib jääda tagasihoidlikumaks kui eeldatud (Oja, 2011). Nii jätkubki praegu gravimeetrilise andmestiku täiendamine „valgete laikudega aladel“ nii Maa-ameti gravimeetria mõõterühma kui ka ülikoolide tegevusena. Ajavahemikus 2011–2016 on kokku lisandunud u 1900 uut punkti. Mõõdistatud on talvise jääkatte ajal Väinameri ja Narva lahe rannikulähedane mereala, maismaal aga Lääne-, Kesk-, Kagu- ja Ida-Eesti maakondi. Hiljuti on lisandunud uusi mõõdistuspunkte ka Eesti-Läti piirialadel ning suuremate rabade servades. Nii lülitati lisandunud andmed Põhjamaade geodeesia komisjoni korraldatud kogu Läänemere regiooni geoidimudeli (NKG2015) arvutustesse, mille tulemused kinnitati märtsis 2016 Tallinnas toimunud NKG töökoosolekul. Sellele järgnev Läänemere regiooni riikide meremõõdistajaid ja geoidiarvutajaid hõlmav koostöö on suunatud geoidimudeli parendamisele merealadel.

Võib arvata, et tulevikus veelgi täiustunud andmestikuga geoidi mudelpinnad ei ühildu täpselt ka praeguse EST-GEOID2011 mudeliga. Üksikutes kohtades võivad erinevused küündida kõige optimistlikul hinnangul kuni ± 1 cm, pessimistlikul hinnangul üle sellegi. Seega teatud skepsis GNSS-seadmetega kõrguste määramisel ja mõõtmistulemustele täpsushinnangute andmisel on igati omal kohal.

6. Kokkuvõte

Geoid on Maa gravitatsioonivälja ekvipotentsiaalpinna, mis langeb kokku „häirimata“ maailmamere pinnaga. Eesti uue geoidimudeli arvutamiseks modifitseeritud Stokes'i (integraal)valemiga kombineeriti globaalse geoidimudeli pikalaineline komponent piirkondlike terrestriilsete mõõtmistulemustega (lühilaineline komponent). Paraku on varasematest uurimustest ilmnenud lubamatud vead Läänemere maade raskuskiirenduse mõõdistusandmetes. Seetõttu viidi esmalt läbi geoidiarvutuseks vajalike lähteandmete kogumine, süstematiseerimine, kvaliteedi kontroll ja tuvastatud vigade elimineerimine. Jääkhälbed gravimeetrilise geoidi ühildamisest geodeetiliste ja normaalkõrguste väärtustega võimaldasid hinnata saadud mudelpinna EST-GEOID2011 täpsuseks $\pm 1,3$ cm. See täpsushinnang on otseses sõltuvuses geodeetilise koordinaatsüsteemi EUREF-EST97 ellipsoidaalsete ja kõrgussüsteemi BK77 normaalkõrguste väärtuste täpsusest, lisaks on tulemused mõjutatud ka jääajajärgsest maakerkest. Täiendavad arvutused, kuhu kaasati uusimad nivelleerimisandmed ning maakerke mudeli prognoosid, parendasid mudeli EST-GEOID2011 täpsushinnangut väärtuseni ± 1 cm ja isegi alla selle. Uurimistöö tulemusena saadud täpne geoidimudel EST-GEOID2011 on Keskkonnaministeeriumi 26.10.2011 määrusega nr 64 Eesti Vabariigi geodeetilise süsteemi koostisosa ja kõrgusmäärange lähtepind, mida saab kasutada (näit. GNSS-põhiseks kõrgusmäärangeks) nii maismaal kui merel.

Tänuavaldused

Eesti Teadusfond toetas 2008–2011. a teadusgrandiga ETF7356 uuringuid teemal *Kosmosetehnoloogia rakendused geoidi ja gravitatsioonivälja täpsustamiseks Eesti alal*.

Kirjandus

- All, T., Puura, V., Vaher, R., 2004. Orogenic structures of the Precambrian basement of Estonia as revealed from the integrated modelling of the crust. *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences. Geology*, 53 (3), 165–189
- Denker, H., Torge, W., 1998. The European gravimetric quasigeoid EGG97 – an IAG supported continental enterprise. In: Forsberg R, Feissel M, Dietrich R (eds) *Geodesy on the move. IAG Symp. Series*, vol 119, Springer Verlag, Berlin Heidelberg NewYork, pp 249–254
- Ellmann, A., 2002. An improved gravity anomaly grid and a geoid model for Estonia. *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences. Geology*, 51, 199–214
- Ellmann, A., 2005. Two deterministic and three stochastic modifications of Stokes's formula: a case study for the Baltic countries. *Journal of Geodesy*, 79, 11–23
- Ellmann, A., All, T., Oja, T., 2009a. Toward unification of terrestrial gravity data sets in Estonia. *Estonian Journal of Earth Sciences*, 58(4), 229–245.
- Ellmann, A., Kaminskis, J., Parseliunas, E., Jürgenson, H., Oja, T., 2009b. Evaluation results of the Earth Gravitational Model EGM08 over the Baltic countries. *Newton's Bulletin*, 4, 110–121
- Ellmann, A., Oja, T., Jürgenson, H., 2011. Kosmosetehnoloogia rakendused geoid ja gravitatsioonivälja täpsustamiseks Eesti alal. *Geodeet* 41(65), 22–25.
- Forsberg, R., Kaminskis, J., Solheim, D., 1997. Geoid for the Nordic and Baltic region from gravimetry and satellite altimetry. In: Segawa J, Fujimoto H, Okubo S (eds.) *Gravity, Geoid and Marine geodesy. IAG Symposium Series vol 117*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg NewYork, 540–547
- Jürgenson, H., 2003. Eesti täppisgeoidi arvutus. Doktoriväitekiri. Tartu, EMÜ, 157 lk.
- Lemoine, F.G., Kenyon, S.C., Factor, J.K., Trimmer, R.G., Pavlis, N.K., Chinn, D.S., Cox, C.M., Klosko, S.M., Luthcke, S.B., Torrence, M.H., Wang, Y.M., Williamson, R.G., Pavlis, E.G., Rapp, R.H., Olson, T.R., 1998. The development of the joint NASA GSFC and NIMA Geopotential Model EGM96. NASA/TP-1998-206861, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt Maryland
- Liibusk, A., Ellmann, A., Kõuts, T., Jürgenson, H., 2013. Precise hydrodynamic levelling by using pressure gauges. *Marine Geodesy*, 36(2): 138–163. DOI: 10.1080/01490419.2013.771594
- Molodenskii, M.S., Eremeev, V.F., Yurkina, M.I., 1962. Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth. (transl. from Russian 1960). Israel program for Scientific translations, Jerusalem.
- Märdla, S., Oja, T., Ellmann, A., Jürgenson, H., 2015. Improving and validating gravity data over ice-covered marine areas. In: *International Association of Geodesy Symposia (1–8)*. Springer. DOI 10.1007/1345_2015_163.
- Oja, T., 2011. Raskuskiirenduse anomaalvälja kerkest Luusika kandis ning selle mõjust geoidile. *Geodeet* 41(65), 26–30.
- Oja, T., Ellmann, A., Jürgenson, H., Kall, T., 2011. Mudelpindade EST-GEOID2011 ja EST-GEOID2003 omavahelistest erinevustest ning võimalikust üleminekust uuele kõrgussüsteemile. *Geodeet* 41(65), 31–37.
- Oja, T., Türk, K., Ellmann, A., Gruno, A., Bloom, A., Sulaoja, M., 2011. Relative gravity surveys on ice-covered water bodies. In *Proceedings: D. Cygas, K. D. Froehner (Eds.) Selected papers of the 8th International Conference on Environmental Engineering*, Vilnius, Lithuania, 19-20, May, 2011. (1394–1401). Vilnius: Vilnius Gediminas Technical University Press "Technika".
- Pail, R., Bruinsma, S., Migliaccio, F., Foerste, C., Goiginger, H., Schuh, W.-D., Hoeck, E., Reguzzonim, M., Brockmann, J.M., Abrikosov, O., Veichert, M., Fecher, T., Mayrhofer, R., Krasbutter, I., Sanso, F., Tscherning, C.C., 2011. First GOCE gravity field models derived by three different approaches; *Journal of Geodesy*, 85, 819–843.

- Sjöberg, L.E., 1984. Least squares modification of Stokes and Vening-Meinesz formulas by accounting for errors of truncation, potential coefficients and gravity data. The Department of Geodery Report No. 27, University of Uppsala.
- Türk, K., Sulaoja, M., Oja, T., Ellmann, A., Jürgenson, H., 2011. Precise gravity surveys in South Estonia from 2009 to 2010. In Proceedings: D. Cygas, K. D. Froehner (Eds.) Selected papers of the 8th International Conference on Environmental Engineering, Vilnius, Lithuania, 19–20, May, 2011. (1499–1505). Vilnius: Vilnius Gediminas Technical University Press "Technika".
- Vaniček, P., Kleusberg, A., 1987. The Canadian geoid–Stokesian approach. *Manus Geod* 12, 86–98.
- Wong, L., Gore, R., 1969. Accuracy of geoid heights from the modified Stokes kernels. *Geophys J. R. Astron. Soc.*, 18, 81–91.

Enhanced gravity field and geoid models over Estonia

Artu Ellmann¹, Tõnis Oja², Tarmo All³, Harli Jürgenson⁴, Tarmo Kall⁴ and Aive Liibus⁴
¹*Tallinn University of Technology, Geodesy Chair*; ²*Estonian Land Board, Depart. of Geodesy*;
³*Geological Survey of Estonia/Eesti Energia*; ⁴*Estonian University of Life Sciences, Depart. of Geomatics*

Summary

The study involves significantly improved gravity data coverage in Estonia and its vicinity. A new gravity anomaly model over Estonia was computed, accompanied with a careful and versatile revision of results of gravity surveys. A GOCE satellite-only geopotential model and the free air gravity anomaly 1' x 2' grid was utilized in the computation of the Estonian gravimetric geoid model GRAV-GEOID2011 by the least squares modification of Stokes's formula. The model was fitted to a set of 114 high-precision GPS-levelling points, resulting with the EST-GEOID-2011 model. The postfitting residuals yielded an accuracy of 1.3 cm, which indicates the suitability of the EST-GEOID-2011 model for many practical applications.